

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
естественнонаучных и математических  
дисциплин  
Калужского филиала РАНХиГС  
«28» августа 2017 г. протокол № 1

**ПРОГРАММА**

**вступительных испытаний по математике**

Настоящая программа разработана в соответствии с примерной программой вступительных испытаний по математике для поступающих в высшие учебные заведения, утвержденной Министерством образования и науки РФ. Объем знаний и степень владения материалом соответствуют курсу математики средней школы.

Вступительные испытания по математике проводятся в форме тестирования. Максимальный результат тестирования – 100 баллов, пороговое значение ежегодно устанавливается Министерством образования и науки РФ.

**Основные содержательные блоки**

**1. Основные математические понятия и факты**

**Арифметика, алгебра и начала анализа**

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Определение и основные свойства функций: линейной  $y = kx + b$ , квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$ , логарифмической  $y = \log_a x$ , тригонометрических:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ , арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ . Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Системы

уравнений и неравенств. Решения системы. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение  $\sin(\alpha) \pm \sin(\beta)$ ,  $\cos(\alpha) \pm \cos(\beta)$ . Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = a^x$ ,  $y = x^n$  ( $n \in N$ ).

### **Геометрия**

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Окружность, круг. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере. Формула объема параллелепипеда. Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара и его частей. Формула площади сферы.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

## 2. Основные формулы и теоремы

### Арифметика, алгебра и начала анализа

Свойства функции  $y = kx + b$  и её график. Свойства функции  $y = k/x$  и её график. Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и её график. Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Свойства числовых неравенств. Логарифм произведения, степени, частного. Определение и свойства функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  и их графики. Определение и свойства функции  $y = \operatorname{tg} x$  и её график. Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ . Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций.

### Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника. Свойство точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Касательная к окружности и ее свойство. Измерение угла, вписанного в окружность. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикулярность двух плоскостей. Теоремы о перпендикулярности и параллельности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

### Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Формула бинома Ньютона. Формула определения вероятности. Формула вероятности суммы несовместных событий. Формула вероятности противоположного события. Формула вероятности произведения независимых событий.

## 3. Требования к уровню подготовки абитуриентов

Поступающий должен иметь следующий уровень математической подготовки -

### знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

### **Арифметика, алгебра и начала анализа**

#### **уметь:**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости простейшие вычислительные устройства;

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций;

- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций;

- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;

- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей;

## **Геометрия**

### **уметь:**

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости вычислительные устройства.

## **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

### **уметь:**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.