

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
естественнонаучных и математических
дисциплин
Калужского филиала РАНХиГС
«12» сентября 2018 г. протокол № 1

ПРОГРАММА

вступительных испытаний по математике

Настоящая программа разработана в соответствии с примерной программой вступительных испытаний по математике для поступающих в высшие учебные заведения, утвержденной Министерством образования и науки РФ. Объем знаний и степень владения материалом соответствуют курсу математики средней школы.

Вступительные испытания по математике проводятся в форме тестирования. Максимальный результат тестирования – 100 баллов, пороговое значение ежегодно устанавливается Министерством образования и науки РФ.

Основные содержательные блоки

1. Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Определение и основные свойства функций: линейной $y = kx + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in N$), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, арифметического корня $y = \sqrt{x}$. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Системы

уравнений и неравенств. Решения системы. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение $\sin(\alpha) \pm \sin(\beta)$, $\cos(\alpha) \pm \cos(\beta)$. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$ ($n \in N$).

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Окружность, круг. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере. Формула объема параллелепипеда. Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара и его частей. Формула площади сферы.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

2. Основные формулы и теоремы

Арифметика, алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и её график. Свойства функции $y = k/x$ и её график. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и её график. Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Свойства числовых неравенств. Логарифм произведения, степени, частного. Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника. Свойство точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Касательная к окружности и ее свойство. Измерение угла, вписанного в окружность. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикулярность двух плоскостей. Теоремы о перпендикулярности и параллельности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Формула бинома Ньютона. Формула определения вероятности. Формула вероятности суммы несовместных событий. Формула вероятности противоположного события. Формула вероятности произведения независимых событий.

3. Требования к уровню подготовки абитуриентов

Поступающий должен иметь следующий уровень математической подготовки -

знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

Арифметика, алгебра и начала анализа

уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости простейшие вычислительные устройства;

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций;

- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций;

- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;

- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для построения и исследования простейших математических моделей;

Геометрия

уметь:

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости вычислительные устройства.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.